

**BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**

**ĐỀ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC NĂM 2014**

**Môn: TOÁN; Khối B**

**ĐỀ CHÍNH THỨC**

*Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian phát đề*

**Câu 1 (2,0 điểm).** Cho hàm số  $y = x^3 - 3mx + 1$  (1), với  $m$  là tham số thực.

- a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi  $m = 1$ .
- b) Cho điểm  $A(2; 3)$ . Tìm  $m$  để đồ thị hàm số (1) có hai điểm cực trị  $B$  và  $C$  sao cho tam giác  $ABC$  cân tại  $A$ .

**Câu 2 (1,0 điểm).** Giải phương trình  $\sqrt{2}(\sin x - 2 \cos x) = 2 - \sin 2x$ .

**Câu 3 (1,0 điểm).** Tính tích phân  $I = \int_1^2 \frac{x^2 + 3x + 1}{x^2 + x} dx$ .

**Câu 4 (1,0 điểm).**

- a) Cho số phức  $z$  thỏa mãn điều kiện  $2z + 3(1 - i)\bar{z} = 1 - 9i$ . Tính môđun của  $z$ .
- b) Để kiểm tra chất lượng sản phẩm từ một công ty sữa, người ta đã gửi đến bộ phận kiểm nghiệm 5 hộp sữa cam, 4 hộp sữa dâu và 3 hộp sữa nho. Bộ phận kiểm nghiệm chọn ngẫu nhiên 3 hộp sữa để phân tích mẫu. Tính xác suất để 3 hộp sữa được chọn có cả 3 loại.

**Câu 5 (1,0 điểm).** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $A(1; 0; -1)$  và đường thẳng  $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-1}$ . Viết phương trình mặt phẳng qua  $A$  và vuông góc với  $d$ .  
Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc của  $A$  trên  $d$ .

**Câu 6 (1,0 điểm).** Cho lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác đều cạnh  $a$ . Hình chiếu vuông góc của  $A'$  trên mặt phẳng  $(ABC)$  là trung điểm của cạnh  $AB$ , góc giữa đường thẳng  $A'C$  và mặt đáy bằng  $60^\circ$ . Tính theo  $a$  thể tích của khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  và khoảng cách từ điểm  $B$  đến mặt phẳng  $(ACC'A')$ .

**Câu 7 (1,0 điểm).** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ  $Oxy$ , cho hình bình hành  $ABCD$ . Điểm  $M(-3; 0)$  là trung điểm của cạnh  $AB$ , điểm  $H(0; -1)$  là hình chiếu vuông góc của  $B$  trên  $AD$  và điểm  $G(\frac{4}{3}; 3)$  là trọng tâm của tam giác  $BCD$ . Tìm tọa độ các điểm  $B$  và  $D$ .

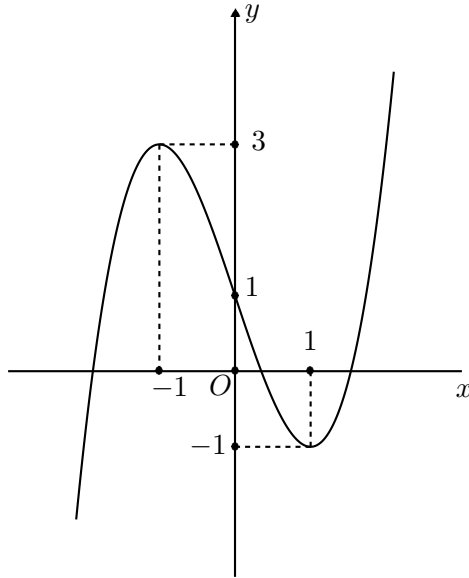
**Câu 8 (1,0 điểm).** Giải hệ phương trình

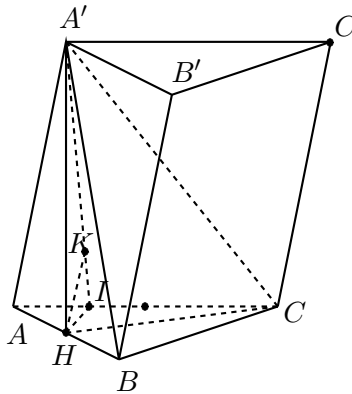
$$\begin{cases} (1-y)\sqrt{x-y} + x = 2 + (x-y-1)\sqrt{y} \\ 2y^2 - 3x + 6y + 1 = 2\sqrt{x-2y} - \sqrt{4x-5y-3} \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R}).$$

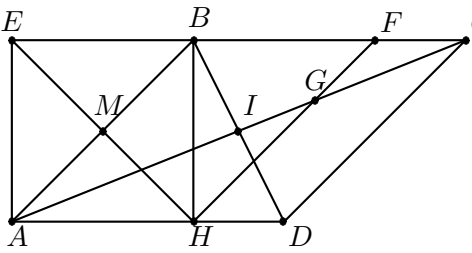
**Câu 9 (1,0 điểm).** Cho các số thực  $a, b, c$  không âm và thỏa mãn điều kiện  $(a+b)c > 0$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \sqrt{\frac{a}{b+c}} + \sqrt{\frac{b}{a+c}} + \frac{c}{2(a+b)}.$$

—Hết—

Câu	Đáp án	Điểm																		
<b>1</b> (2,0đ)	<b>a) (1,0 điểm)</b>																			
	Với $m = 1$ , hàm số trở thành: $y = x^3 - 3x + 1$ . • Tập xác định: $D = \mathbb{R}$ . • Sự biến thiên: - Chiều biến thiên: $y' = 3x^2 - 3$ ; $y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$ .	0,25																		
	Các khoảng đồng biến: $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$ ; khoảng nghịch biến: $(-1; 1)$ . - Cực trị: Hàm số đạt cực đại tại $x = -1$ , $y_{\text{CD}} = 3$ ; đạt cực tiểu tại $x = 1$ , $y_{\text{CT}} = -1$ . - Giới hạn tại vô cực: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$ ; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ .	0,25																		
	- Bảng biến thiên: <table><tr><td><math>x</math></td><td><math>-\infty</math></td><td><math>-1</math></td><td><math>1</math></td><td><math>+\infty</math></td></tr><tr><td><math>y'</math></td><td></td><td><math>+</math></td><td><math>0</math></td><td><math>-</math></td><td><math>0</math></td><td><math>+</math></td><td></td></tr><tr><td><math>y</math></td><td><math>-\infty</math></td><td><math>3</math></td><td><math>-1</math></td><td><math>+\infty</math></td></tr></table>	$x$	$-\infty$	$-1$	$1$	$+\infty$	$y'$		$+$	$0$	$-$	$0$	$+$		$y$	$-\infty$	$3$	$-1$	$+\infty$	0,25
	$x$	$-\infty$	$-1$	$1$	$+\infty$															
	$y'$		$+$	$0$	$-$	$0$	$+$													
$y$	$-\infty$	$3$	$-1$	$+\infty$																
• Đồ thị: 	0,25																			
<b>b) (1,0 điểm)</b>																				
Ta có $y' = 3x^2 - 3m$ . Đồ thị hàm số (1) có hai điểm cực trị $\Leftrightarrow$ phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m > 0$ .	0,25																			
Tọa độ các điểm cực trị $B, C$ là $B(-\sqrt{m}; 2\sqrt{m^3} + 1)$ , $C(\sqrt{m}; -2\sqrt{m^3} + 1)$ . Suy ra $\overrightarrow{BC} = (2\sqrt{m}; -4\sqrt{m^3})$ .	0,25																			
Gọi $I$ là trung điểm của $BC$ , suy ra $I(0; 1)$ . Ta có tam giác $ABC$ cân tại $A \Leftrightarrow \overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$	0,25																			
$\Leftrightarrow -4\sqrt{m} + 8\sqrt{m^3} = 0 \Leftrightarrow m = 0$ hoặc $m = \frac{1}{2}$ . Đối chiếu điều kiện tồn tại cực trị, ta được giá trị $m$ cần tìm là $m = \frac{1}{2}$ .	0,25																			

Câu	Đáp án	Điểm	
<b>2</b> (1,0đ)	Phương trình đã cho tương đương với $2 \sin x \cos x - 2\sqrt{2} \cos x + \sqrt{2} \sin x - 2 = 0$ .	0,25	
	$\Leftrightarrow (\sin x - \sqrt{2})(2 \cos x + \sqrt{2}) = 0$ .	0,25	
	• $\sin x - \sqrt{2} = 0$ : phương trình vô nghiệm.	0,25	
	• $2 \cos x + \sqrt{2} = 0 \Leftrightarrow x = \pm \frac{3\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$ . Nghiệm của phương trình đã cho là: $x = \pm \frac{3\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$ .	0,25	
<b>3</b> (1,0đ)	Ta có $I = \int_1^2 \frac{x^2 + 3x + 1}{x^2 + x} dx = \int_1^2 dx + \int_1^2 \frac{2x + 1}{x^2 + x} dx$ .	0,25	
	• $\int_1^2 dx = 1$ .	0,25	
	• $\int_1^2 \frac{2x + 1}{x^2 + x} dx = \ln  x^2 + x  \Big _1^2$	0,25	
	$= \ln 3$ . Do đó $I = 1 + \ln 3$ .	0,25	
<b>4</b> (1,0đ)	a) Đặt $z = a + bi (a, b \in \mathbb{R})$ . Từ giả thiết suy ra $\begin{cases} 5a - 3b = 1 \\ 3a + b = 9 \end{cases}$	0,25	
	$\Leftrightarrow a = 2, b = 3$ . Do đó môđun của $z$ bằng $\sqrt{13}$ .	0,25	
	b) Số phần tử của không gian mẫu là: $C_{12}^3 = 220$ .	0,25	
	Số cách chọn 3 hộp sữa có đủ 3 loại là $5.4.3 = 60$ . Do đó xác suất cần tính là $p = \frac{60}{220} = \frac{3}{11}$ .	0,25	
<b>5</b> (1,0đ)	Vectơ chỉ phương của $d$ là $\vec{u} = (2; 2; -1)$ .	0,25	
	Mặt phẳng $(P)$ cần viết phương trình là mặt phẳng qua $A$ và nhận $\vec{u}$ làm vectơ pháp tuyến, nên $(P) : 2(x - 1) + 2(y - 0) - (z + 1) = 0$ , nghĩa là $(P) : 2x + 2y - z - 3 = 0$ .	0,25	
	Gọi $H$ là hình chiếu vuông góc của $A$ trên $d$ , suy ra $H(1 + 2t; -1 + 2t; -t)$ .	0,25	
	Ta có $H \in (P)$ , suy ra $2(1 + 2t) + 2(-1 + 2t) - (-t) - 3 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{3}$ . Do đó $H\left(\frac{5}{3}; -\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}\right)$ .	0,25	
<b>6</b> (1,0đ)		Gọi $H$ là trung điểm của $AB$ , suy ra $A'H \perp (ABC)$ và $\widehat{A'CH} = 60^\circ$ . Do đó $A'H = CH$ . $\tan \widehat{A'CH} = \frac{3a}{2}$ .	0,25
		Thể tích khối lăng trụ là $V_{ABC.A'B'C'} = A'H.S_{\Delta ABC} = \frac{3\sqrt{3}a^3}{8}$ .	0,25
		Gọi $I$ là hình chiếu vuông góc của $H$ trên $AC'$ ; $K$ là hình chiếu vuông góc của $H$ trên $A'I$ . Suy ra $HK = d(H, (ACC'A'))$ .	0,25
		Ta có $HI = AH \cdot \sin \widehat{IAH} = \frac{\sqrt{3}a}{4}$ , $\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HI^2} + \frac{1}{HA'^2} = \frac{52}{9a^2}$ , suy ra $HK = \frac{3\sqrt{13}a}{26}$ . Do đó $d(B, (ACC'A')) = 2d(H, (ACC'A')) = 2HK = \frac{3\sqrt{13}a}{13}$ .	0,25

Câu	Đáp án	Điểm
<b>7</b> (1,0đ)	 <p>Gọi <math>E</math> và <math>F</math> lần lượt là giao điểm của <math>HM</math> và <math>HG</math> với <math>BC</math>. Suy ra <math>\overrightarrow{HM} = \overrightarrow{ME}</math> và <math>\overrightarrow{HG} = 2\overrightarrow{GF}</math>, Do đó <math>E(-6; 1)</math> và <math>F(2; 5)</math>.</p> <p>Đường thẳng <math>BC</math> đi qua <math>E</math> và nhận <math>\overrightarrow{EF}</math> làm vectơ chỉ phương, nên <math>BC: x - 2y + 8 = 0</math>. Đường thẳng <math>BH</math> đi qua <math>H</math> và nhận <math>\overrightarrow{EF}</math> làm vectơ pháp tuyến, nên <math>BH: 2x + y + 1 = 0</math>. Tọa độ điểm <math>B</math> thỏa mãn hệ phương trình <math>\begin{cases} x - 2y + 8 = 0 \\ 2x + y + 1 = 0. \end{cases}</math> Suy ra <math>B(-2; 3)</math>.</p>	0,25
	<p>Do <math>M</math> là trung điểm của <math>AB</math> nên <math>A(-4; -3)</math>.</p> <p>Gọi <math>I</math> là giao điểm của <math>AC</math> và <math>BD</math>, suy ra <math>\overrightarrow{GA} = 4\overrightarrow{GI}</math>. Do đó <math>I(0; \frac{3}{2})</math>.</p>	0,25
	<p>Do <math>I</math> là trung điểm của đoạn <math>BD</math>, nên <math>D(2; 0)</math>.</p>	0,25
<b>8</b> (1,0đ)	$\begin{cases} (1-y)\sqrt{x-y} + x = 2 + (x-y-1)\sqrt{y} & (1) \\ 2y^2 - 3x + 6y + 1 = 2\sqrt{x-2y} - \sqrt{4x-5y-3} & (2). \end{cases}$ <p>Điều kiện: <math>\begin{cases} y \geq 0 \\ x \geq 2y \\ 4x \geq 5y + 3 \end{cases} (*)</math>.</p> <p>Ta có <math>(1) \Leftrightarrow (1-y)(\sqrt{x-y}-1) + (x-y-1)(1-\sqrt{y}) = 0</math>  <math>\Leftrightarrow (1-y)(x-y-1)\left(\frac{1}{\sqrt{x-y}+1} + \frac{1}{1+\sqrt{y}}\right) = 0</math> (3).</p>	0,25
	<p>Do <math>\frac{1}{\sqrt{x-y}+1} + \frac{1}{1+\sqrt{y}} &gt; 0</math> nên <math>(3) \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ y = x - 1. \end{cases}</math></p> <p>• Với <math>y = 1</math>, phương trình (2) trở thành <math>9 - 3x = 0 \Leftrightarrow x = 3</math>.</p>	0,25
	<p>• Với <math>y = x - 1</math>, điều kiện (*) trở thành <math>1 \leq x \leq 2</math>. Phương trình (2) trở thành <math>2x^2 - x - 3 = \sqrt{2-x} \Leftrightarrow 2(x^2 - x - 1) + (x - 1 - \sqrt{2-x}) = 0</math>  <math>\Leftrightarrow (x^2 - x - 1)\left[2 + \frac{1}{x-1+\sqrt{2-x}}\right] = 0</math></p>	0,25
	<p><math>\Leftrightarrow x^2 - x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}</math>. Đối chiếu điều kiện (*) và kết hợp trường hợp trên, ta được nghiệm <math>(x; y)</math> của hệ đã cho là <math>(3; 1)</math> và <math>\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}; \frac{-1+\sqrt{5}}{2}\right)</math>.</p>	0,25
<b>9</b> (1,0đ)	<p>Ta có <math>a + b + c \geq 2\sqrt{a(b+c)}</math>. Suy ra <math>\sqrt{\frac{a}{b+c}} \geq \frac{2a}{a+b+c}</math>.</p>	0,25
	<p>Tương tự, <math>\sqrt{\frac{b}{a+c}} \geq \frac{2b}{a+b+c}</math>.</p> <p>Do đó <math>P \geq \frac{2(a+b)}{a+b+c} + \frac{c}{2(a+b)} = \left[\frac{2(a+b)}{a+b+c} + \frac{a+b+c}{2(a+b)}\right] - \frac{1}{2}</math></p>	0,25
	<p><math>\geq 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}</math>.</p>	0,25
	<p>Khi <math>a = 0, b = c, b &gt; 0</math> thì <math>P = \frac{3}{2}</math>. Do đó giá trị nhỏ nhất của <math>P</math> là <math>\frac{3}{2}</math>.</p>	0,25

—————Hết—————