BAB X. PELUANG

Prinsip/kaidah perkalian:

Jika posisi /tempat pertama dapat diisi dengan r_1 cara yang berbeda, tempat kedua denan r_2 cara, dan seterusnya, sehingga langkah ke n ada r_n cara maka banyaknya cara untuk mengisi n tempat yang tersedia adalah :

r_1 x r_2 x … x r_n

Contoh:

Nomor pegawai suatu pabrik terdiri atas 3 angka dengan angka pertama tidak nol. Banyaknya nomor pegawai yang genap adalah….

jawab:

Angka terdiri dari 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 → 10 angka

akan dibuat 3 digit → XXX

digit pertama : tidak ada angka 0, maka angkanya berjumlah 10 – 1 = 9

digit kedua : angka penuh = 10
digit ketiga : nomor genap → 0,2,4,6,8 = 5

Maka banyaknya nomor pegawai yang genap adalah:

9 x 10 x 5 = 450 nomor

Kaidah Permutasi dan Kombinasi :

1. Permutasi

a. Permutasi dari unsur-unsur yang berbeda

Banyaknya cara untuk menyusun r buah unsur dari n buah unsur yang berbeda dengan urutan diperhatikan

Rumusnya : $P_r^n = {}_nP_r = \dfrac{n!}{(n-r)!}$

Misalkan n = A,B,C,D

Terjadinya 2 kemungkinan kejadian yaitu :
AB, AC, AD, BA, BC, BD, CA, CB, CD, DA, DB, DC
= 12 kemungkinan

AB ≠ BA   BD ≠ DB
AC ≠ CA   CD ≠ DC
AD ≠ DA   BC ≠ CB

n= 4 ; r =2

Kasus di atas dapat diselesaikan dengan rumus ini :

$$P_r^n = \frac{n!}{(n-r)!} = P_2^4 = \frac{4!}{(4-2)!}$$

$$= \frac{4x3x2x1}{2x1}$$ = 12 kemungkinan (sama dengan di atas)

Contoh soal :

Di suatu kelas akan dipilih ketua, sekretaris dan bendahara dar orang calon. Banyak cara yang mungkin untuk memilih pengu kelas tsb adalah….

jawab:

diketahui calon= n = 6
posisi jabatan = r = 3

sebagai gambaran :

misalkan 6 calon tersebut A, B, C, D, E dan F

ABC ≠ ACB ; ABC ≠ CBA
ABC orangnya sama tetapi urutan posisi jabatan yang berbeda.
ABC ≠ ACB
A sama tetapi B dan C berbeda
ABC = A ketua, B Sekretaris, C Bendahara
ACB = A ketua, B Bendahara, C Sekretaris
ini yang dinamakan urutan yang diperhatikan.

Gunakan rumus $P_r^n = \dfrac{n!}{(n-r)!}$

$$P_3^6 = \frac{6!}{(6-3)!}$$

$$= \frac{6.5.4.3.2.1.}{3.2.1.} = 120$$

b. Permutasi dengan beberapa unsur yang sama
Banyaknya cara untuk menyusun n buah unsur yang terdiri dari r_1, r_2, r_3, …, r_n unsur yang sama adalah

$$P^{n}_{r_1, r_2, \ , r_n} = \frac{n!}{r_1!r_2!...r_n!}$$

Contoh soal :

Banyaknya susunan berbeda yang dapat dibuat dari huruf huruf "MATEMATIKA" adalah:

Jawab :

Diketahui jumlah huruf =n = 10
Jumlah huruf yang > 1 → M =2 = r_1
A= 3 = r_2
T = 2 = r_3

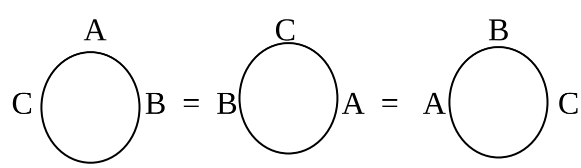
$$P^{10}_{2_1,3,2} = \frac{10!}{2!3!2!.}$$

$$= \frac{10.9.8.7.6.5.4.3.2.1}{2.1.3.\cancel{2.1.2.1}} = 151.200 \text{ susunan}$$

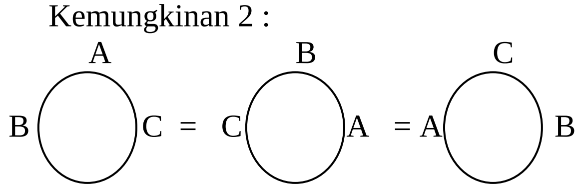
c. Permutasi Siklis

Misal : ada 3 orang (A,B,C) duduk melingkar maka posisinya sbb:

Kemungkinan 1:



Kemungkinan 2 :



Permutasi duduk melingkar seperti ini disebut permutasi siklis, dirumuskan sbb:

P^{n}_{s} = (n-1) ! ; n= banyaknya unsur; s = siklis

Permutasi siklis untuk 3 orang tsb bisa dicari dengan menggunakan rumus ini. Yaitu:

P^{3}_{s} = (3-1) ! = 2 ! = 2 kemungkinan

2. Kombinasi :

Banyaknya kemungkinan dengan tidak memperhatikan urutan ada

Misalkan n = A,B,C,D
dipilih 2 kejadian : AB, AC, AD, BA, BC, BD, CA, CB, CD, DA, DB, DC

AB = BA BD = DB
AC = CA CD = DC
AD = DA
BC = CB

Ke 6 kejadian di atas adalah sama sehingga dihitungnya 1

Sehingga kemungkinan yang terjadi adalah 12 – 6 = 6 kemungkinan (tidak memperhatikan urutan ada)

Rumusnya : $C^{n}_{r} = {}_{n}C_{r} = \dfrac{n!}{r!(n-r)!}$

Kasus di atas dapat diselesaikan dengan rumus ini :

Diketahui
n = 4 dan r = 2

$$C^{n}_{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!} = C^{4}_{2} = \frac{4!}{2!(4-2)!} = \frac{4!}{2!2!}$$

$$= \frac{4x3x2x1}{2x1x2x1} = 6 \text{ kemungkinan}$$

contoh soal:

Dalam suatu acara silaturahmi yang dihadiri 20 orang, setiap orang saling bersalaman. Banyaknya salaman yang terjadi adalah….

jawab:

AB = BA → orangnya sama yang melakukan salaman
dinamakan tidak memperhatikan urutan ada.

n = 20 ; r = 2

Pakai rumus $C_r^n = \frac{n!}{r!(n-r)!}$

$$= \frac{20!}{2!(20-2)!} = \frac{20!}{2!18!}$$

$$= \frac{20.19}{2.1} = 10.19 = 190$$

Peluang suatu kejadian :

Rumus peluang kejadian :

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

p(A) = peluang kejadian
n(A) = banyaknya kemungkinan kejadian A
n(S) = banyaknya kemungkinan kejadian sample

Contoh sederhana: sebuah dadu dilempar, berapa peluang terjadi yang muncuk angka ganjil ?

semua angka dadu adalah 6 sehingga n(S) = 6
angka ganjil adalah 1, 3 dan 5 sehingga n(A) = 3

$$P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

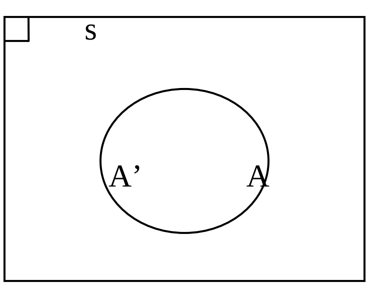
Hukum-hukum Peluang :

1. **Kejadian saling komplemen**

Jika A' = kejadian bukan A (komplemen A) maka :

$$P(A') = 1 - P(A)$$

didapat dari :



Pada diagram Venn di atas :

n (A) + n (A') = n (S)

bagi masing-masing dengan n(S) menjadi :

$$\frac{n(A)}{n(S)} + \frac{n(A')}{n(S)} = \frac{n(S)}{n(S)}$$

P(A) + P(A') = 1 maka P(A') = 1 – P(A)

Contoh:
Peluang satu kelas lulus UNAS adalah 0.97.
Peluang tidak lulus ujian adalah :

jawab:
P(A') = 1 – P(A)
diketahui peluang lulus ujian = P(A) = 0.97
ditanya peluang tidak lulus = P(A')=…

P(A') = 1 – 0.97 = 0.03

2. **Kejadian Majemuk** :

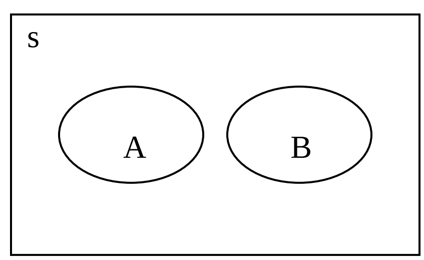
A. Kejadian saling lepas dan tidak saling lepas

a. Kejadian saling lepas

$A \cap B = \phi$

Kejadian A dan B tidak dapat terjadi secara bersama-sama.

Diagram Venn:



$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Contoh:
Dua buah dadu dilempar secara bersama-sama. Peluang munculnya jumlah dadu 5 atau 8 adalah …

jawab:

buat tabel ruang sample percobaan seperti di bawah:

Dadu terdiri dari angka 1 ,2,3,4,5, dan 6

	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

n(S) = banyaknya kemungkinan kejadian sample = 36

Ada dua peluang kemungkinan yang terjadi :
1. jumlah dadu berjumlah 5 kita sebut peluang A berjumlah 4 (warna merah)
2. jumlah dadu berjumlah 8 kita sebut peluang B berjumlah 5 (warna biru)

A dan B merupakan kejadian saling lepas karena munculnya jumlah dadu baerjumlah 5 dan 8 terjadi tidak secara bersamaan, ini ynag disebut dengan kejadian saling lepas.

$$P\ (A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{36}\ ;\ P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{5}{36}$$

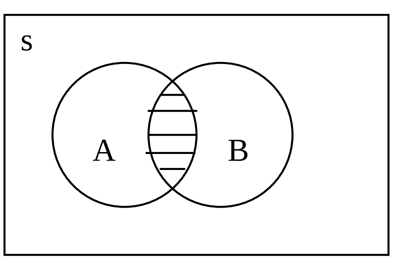
$$P\ (A \cup B) = \frac{4}{36} + \frac{5}{36} = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$

b. Kejadian tidak saling lepas

$A \cap B \neq \phi$

Kejadian A dan B dapat terjadi secara bersama-sama.

Diagram Venn:



$$P\ (A \cup B) = P(A) + P(B) - P\ (A \cap B)$$

Contoh soal:

Dari satu set kartu bridge diambil sebuah kartu. Peluang terambilnya kartu berwarna hitam dan As adalah…

jawab:
catatan:
kartu bridge terdiri dari 4 macam:
kartu sekop, kartu keriting, kartu wajik dan kartu hati masing-masing berjumlah 13.
angka 1 s/d 10, Jack, Queen, King dan AS
Yang berwarna hitam : sekop dan keriting
yang berwarna merah: wajik dan hati

n(S) = 52 (jumlah kartu)

A = kejadian terambilnya kartu hitam.
Ada dua kartu hitam yaitu sekop dan kriting.
masing-masing mempunyai 13 kartu,
sehingga n(A) = 2 x 13 = 26

B = kejadian terambilnya kartu as.
kartu as pada satu set kartu bridge terdiri dari 4 kartu,
sehingga n(B) = 4

Kartu hitam dan kartu as dapat terjadi secara bersamaan jika yang terambil kartu as sekop dan kartu as keriting, sehingga dan B adalah kejadian yang tidak saling lepas

sehingga $n(A \cap B) = 2$

$$P\ (A \cup B) = P(A) + P(B) - P\ (A \cap B)$$
$$= \frac{n(A)}{n(S)} + \frac{n(B)}{n(S)} - \frac{n(A \cap B)}{n(S)}$$
$$= \frac{26}{52} + \frac{4}{52} - \frac{2}{52} = \frac{28}{52} = \frac{7}{13}$$

3. Kejadian saling bebas dan tidak saling bebas

a . Kejadian saling bebas.
Munculnya kejadian A tidak mempengaruhi peluang terjadinya kejadian B.

Jika A dan B adalah dua kejadian yang saling bebas, maka peluang terjadinya kejadian A dan B adalah :

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

Contoh:

Sebuah dadu dan sebuah uang logam (koin) delempar secara bersama-sama. Berapa peluang kejadian munculnya gambar pada koin dan munculnya angka ganjil pada dadu ?

jawab:

misal A= kejadian munculnya angka pada koin.

P(A) = $\frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{2}$

catatan:
koin terdiri dari angka dan gambar maka n(S) = 2
n(A) = gambar = 1

misal B = kejadian munculnya angka ganjil pada dadu

P(B) = $\frac{n(B)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

catatan:
dadu terdiri dari 6 angka maka n(S) = 6
angka ganjil pada dadu terdiri dari 3 angka (1,3 dan 5) maka n(B) = 3

maka peluang kejadian munculnya gambar pada koin dan munculnya angka ganjil pada dadu :

P(A $\cap$ B) = P(A) x P(B)
$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

contoh kedua:

Peluang siswa sekolah A dan sekolah B lulus UNAS berturut-turut adalah 0.99 dan 0.98.
Peluang siswa sekolah A lulus dan siswa sekolah B tidak lulus UNAS adalah

jawab:

P(A) = peluang siswa sekolah A lulus
P(B') = peluang siswa sekolah B tidak lulus

P(A$\cap$B') = P(A) x P(B')
P(A) = 0.99
P(B) = 0.98

P(B) + P(B') = 1
P(B') = 1 – P(B) = 1 – 0.98 = 0.02

Maka peluang siswa sekolah A lulus dan siswa sekolah B tidak lulus adalah :

P(A$\cap$B') = P(A) x P(B')
= 0.99 x 0.02 = 0.0198

b. Kejadian tidak saling bebas (bersyarat)

Kejadian A mempengaruhi peluang kejadian B .

Jika A dan B adalah dua kejadian tidak saling bebas, maka peluang terjadinya kejadian A dan B adalah :

P(A $\cap$ B) = P(A) x P(B|A)

P(B|A) = peluang terjadinya B setelah terjadinya A

contoh soal:

Sebuah kotak berisi 4 bola hijau dan 6 bola merah. Secara acak diambil 2 bola dari kotak. Peluang kedua bola yang terambil berwarna hijau adalah…

jawab:

pengambilan bola pertama:

Banyaknya bola pada pengambilan pertama adalah 4 + 6 = 10, maka n(S) = 10.
A adalah kejadian terambilnya bola hijau = 4

maka P(A) = $\frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

pengambilan bola kedua:

Banyaknya bola pada pengambilan kedua10-1, maka n(S) = 9. (bola berkurang 1)

kejadian pertama dan kejadian kedua saling berpengaruh, maka dikatakan kejadian tidak saling bebas.

P(B|A) = $\frac{n(B \mid A)}{n(S)}$

bola hijau dianggap sudah terambil 1 maka n(B|A) = 3

$P(B|A) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

Maka peluang terambilnya 2 bola hijau adalah :

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B|A)$$
$$= \frac{2}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{15}$$

Frekuensi Harapan

Frekuensi harapan dari kejadian A adalah
fH(A) = P(A) x N

fH(A) = frekuensi harapan kejadian A
P(A) = peluang kejadian A
N = banyaknya pecobaan

Contoh Soal :

Suatu percobaan lempar undi dua mata uang logam sebanyak 104 kali. Frekuensi harapan munculnya sisi dua angka adalah…

jawab:

ditanya . fH(A) = P(A) x N

- diketahui N = 104

- cari P(A) dimana :

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

Tabel ruang sample :

uang logam terdiri dari angka (A) dan gambar (G)

	A	G
A	(A,A)	(A,G)
G	(G,A)	(G,G)

didapat n(A) = sisi dua angka (warna merah) = 1
n(S) = 4

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{4}$$

sehingga fH(A) = P(A) x N

$$= \frac{1}{4} \times 104 = 26$$